

Программа вступительных испытаний по математике

Программа состоит из трех разделов.

В первом разделе перечислены основные математические понятия, которыми должен владеть абитуриент как на письменном, так и на устном экзамене.

Второй раздел представляет собой перечень вопросов теоретической части устного экзамена. При подготовке к письменному экзамену целесообразно познакомиться с формулировками утверждений этого раздела.

В третьем разделе указано, какие навыки и умения требуются от абитуриента на письменном и устном экзаменах.

Объем знаний и степень владения материалом, описанным в программе, соответствуют курсу математики средней школы. Абитуриент может пользоваться всем арсеналом средств из этого курса, включая и начала анализа. Однако для решения экзаменационных задач достаточно уверенного владения лишь теми понятиями и их свойствами, которые перечислены в настоящей программе. Объекты и факты, не изучаемые в общеобразовательной школе, также могут использоваться абитуриентом, но при условии, что он способен их пояснять и доказывать.

В связи с обилием учебников и регулярным их переизданием отдельные утверждения второго раздела могут в некоторых учебниках называться иначе, чем в программе, или формулироваться в виде задач, или вовсе отсутствовать. Такие случаи не освобождают абитуриента от необходимости знать эти утверждения.

I. Основные понятия

1. Натуральные числа. Делимость. Простые и составные числа. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное.
2. Целые, рациональные и действительные числа. Проценты. Модуль числа, степень, корень, арифметический корень, логарифм. Синус, косинус, тангенс, котангенс числа (угла). Арксинус, арккосинус, арктангенс, арккотангенс числа.
3. Числовые и буквенные выражения. Равенства и тождества.
4. Функция, ее область определения и область значений. Возрастание, убывание, периодичность, четность, нечетность. Наибольшее и наименьшее значения функции. График функции.
5. Линейная, квадратичная, степенная, показательная, логарифмическая, тригонометрические функции.
6. Уравнение, неравенства, система. Решения (корни) уравнения, неравенства, системы. Равносильность.
7. Арифметическая и геометрическая прогрессии.
8. Прямая на плоскости. Луч, отрезок, ломаная, угол.
9. Треугольник. Медиана, биссектриса, высота.
10. Выпуклый многоугольник. Квадрат, прямоугольник, параллелограмм, ромб, трапеция. Правильный многоугольник. Диагональ.
11. Окружность и круг. Радиус, хорда, диаметр, касательная, секущая. Дуга окружности и круговой сектор. Центральные и вписанные углы.
12. Прямая и плоскость в пространстве. Двугранный угол.
13. Многогранник. Куб, параллелепипед, призма, пирамида.
14. Цилиндр, конус, шар, сфера.
15. Равенство и подобие фигур. Симметрия.
16. Параллельность и перпендикулярность прямых, плоскостей. Скрещивающиеся прямые. Угол между прямыми, плоскостями, прямой и плоскостью.
17. Касание. Вписанные и описанные фигуры на плоскости и в пространстве. Сечение фигуры плоскостью.

18. Величина угла. Длина отрезка, окружности и дуги окружности. Площадь многоугольника, круга и кругового сектора. Площадь поверхности и объем многогранника, цилиндра, конуса, шара.

19. Координатная прямая. Числовые промежутки. Декартовы координаты на плоскости и в пространстве. Векторы.

II. Содержание теоретической части устного экзамена

Алгебра

1. Признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10.
2. Свойства числовых неравенств.
3. Формулы сокращенного умножения.
4. Свойства линейной функции и ее график.
5. Формула корней квадратного уравнения. Теорема о разложении квадратного трехчлена на линейные множители. Теорема Виета.
6. Свойства квадратичной функции и ее график.
7. Неравенство, связывающее среднее арифметическое и среднее геометрическое двух чисел. Неравенство для суммы двух взаимно обратных чисел.
8. Формулы общего члена и суммы n первых членов арифметической прогрессии.
9. Формулы общего члена и суммы n первых членов геометрической прогрессии.
10. Свойства степеней с натуральными и целыми показателями. Свойства арифметических корней n -й степени. Свойства степеней с рациональными показателями.
11. Свойства степенной функции с целым показателем и ее график.
12. Свойства показательной функции и ее график.
13. Основное логарифмическое тождество. Логарифмы произведения, степени, частного. Формула перехода к новому основанию.
14. Свойства логарифмической функции и ее график.
15. Основное тригонометрическое тождество. Соотношения между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента. Формулы приведения, сложения, двойного и половинного аргумента, суммы и разности тригонометрических функций. Выражение тригонометрических функций через тангенс половинного аргумента. Преобразование произведения синусов и косинусов в сумму. Преобразование выражения $a \sin x + b \cos x$ с помощью вспомогательного аргумента.
16. Формулы решений простейших тригонометрических уравнений.
17. Свойства тригонометрических функций и их графики.
18. Определение производной. Ее физический и геометрический смысл.
19. Производные функций $y = \sin x$; $y = \cos x$; $y = \operatorname{tg} x$; $y = a^x$; $y = ax^n$ ($n \in \mathbb{N}$); $y = \ln x$.

Геометрия

1. Теоремы о параллельных прямых на плоскости.
2. Свойства вертикальных и смежных углов.
3. Свойства равнобедренного треугольника.
4. Признаки равенства треугольников.
5. Теорема о сумме внутренних углов треугольника. Теорема о внешнем угле треугольника. Свойства средней линии треугольника.
6. Теорема Фалеса. Признаки подобия треугольников.
7. Признаки равенства и подобия прямоугольных треугольников. Пропорциональность отрезков в прямоугольном треугольнике. Теорема Пифагора.
8. Свойство серединного перпендикуляра к отрезку. Свойство биссектрисы угла.
9. Теоремы о пересечении медиан, пересечении биссектрис и пересечении высот треугольника.
10. Свойство отрезков, на которые биссектриса треугольника делит противоположную сторону.

11. Свойство касательной к окружности. Равенство касательных, проведенных из одной точки к окружности. Теоремы о вписанных углах. Теорема об угле, образованном касательной и хордой. Теоремы об угле между двумя пересекающимися хордами и об угле между двумя секущими, выходящими из одной точки. Равенство произведений отрезков двух пересекающихся хорд. Равенство квадрата касательной произведению секущей на ее внешнюю часть.

12. Свойство четырехугольника, вписанного в окружность. Свойство четырехугольника, описанного около окружности.

13. Теорема об окружности, вписанной в треугольник. Теорема об окружности, описанной около треугольника.

14. Теоремы синусов и косинусов для треугольника.

15. Теорема о сумме внутренних углов выпуклого многоугольника.

16. Признаки параллелограмма. Свойства параллелограмма.

17. Свойства средней линии трапеции.

18. Формула для вычисления расстояния между двумя точками на координатной плоскости. Уравнение окружности.

19. Теоремы о параллельных прямых в пространстве. Признак параллельности прямой и плоскости. Признак параллельности плоскостей.

20. Признак перпендикулярности прямой и плоскости. Теорема об общем перпендикуляре к двум скрещивающимся прямым. Признак перпендикулярности плоскостей. Теорема о трех перпендикулярах.

III. Требования к абитуриенту

На экзамене по математике абитуриент должен уметь:

1. выполнять (без калькулятора) действия над числами и числовыми выражениями; преобразовывать буквенные выражения; производить операции над векторами (сложение, умножение на число, скалярное произведение); переводить одни единицы измерения величин в другие;

2. сравнивать числа и находить их приближенные значения (без калькулятора); доказывать тождества и неравенства для буквенных выражений;

3. решать уравнения, неравенства, системы (в том числе с параметрами) и исследовать их решения;

4. исследовать функции; строить графики функций и множества точек на координатной плоскости, заданные уравнениями и неравенствами;

5. изображать геометрические фигуры на чертеже; делать дополнительные построения; строить сечения; исследовать взаимное расположение фигур; применять признаки равенства, подобия фигур и их принадлежности к тому или иному виду;

6. пользоваться свойствами чисел, векторов, функций и их графиков, свойствами арифметической и геометрической прогрессий;

7. пользоваться свойствами геометрических фигур, их характерных точек, линий и частей, свойствами равенства, подобия и взаимного расположения фигур;

8. пользоваться соотношениями и формулами, содержащими модули, степени, корни, логарифмические, тригонометрические выражения, величины углов, длины, площади, объемы;

9. составлять уравнения, неравенства и находить значения величин, исходя из условия задачи;

10. излагать и оформлять решение логически правильно, полно и последовательно, с необходимыми пояснениями.

На устном экзамене абитуриент должен дополнительно уметь:

11. давать определения, формулировать и доказывать утверждения (формулы, соотношения, теоремы, признаки, свойства и т.п.), указанные во втором разделе настоящей программы;

12. анализировать формулировки утверждений и их доказательства;

13. решать задачи на построение циркулем, линейкой; находить геометрические места точек.

Критерий оценки знаний и умений абитуриентов на вступительных испытаниях по математике

Экзаменационный билет содержит два теоретических вопроса и одну практическую задачу.

Для более точной и объективной оценки знаний абитуриентам могут задаваться дополнительные вопросы по всем разделам школьного курса математики.

Итоговая экзаменационная оценка определяется по 100 бальной шкале как сумма баллов, набранных за ответы на все вопросы билета.

Максимальное количество баллов, которое может получить абитуриент, сдающий вступительное испытание по математике, составляет 100 баллов.

Для успешного прохождения экзамена необходимо набрать 39 баллов.

Оценка теоретических вопросов

Ответ на теоретический вопрос считается безупречным, если по своему содержанию полностью соответствует вопросу, содержит все необходимые теоретические факты и обоснованные выводы, а его изложение и письменная запись математически грамотны и отличаются последовательностью и аккуратностью.

I. Критерии оценивания вопроса по алгебре

5 баллов	Полностью раскрыл содержание вопроса в объеме, предусмотренном программой; изложил материал грамотным языком, точно используя математическую терминологию и символику, в определенной логической последовательности; правильно выполнил рисунки, чертежи, графики, сопутствующие ответу; показал умение иллюстрировать теорию конкретными примерами, применять в новой ситуации при выполнении практического задания; продемонстрировал усвоение сопутствующих вопросов, сформированность и устойчивость используемых при ответе умений и навыков; отвечал самостоятельно, без наводящих вопросов экзаменатора. Оценка может быть снижена на 0,5 балла при одной – двух неточностях при освещении второстепенных вопросов или в выкладках, которые исправил после замечания экзаменатора.
4 балла	Ответ оценивается отметкой «4 балла», если удовлетворяет в основном требованиям на оценку «5», но при этом имеет один из недостатков: в изложении допущены небольшие пробелы, не исказившие математическое содержание ответа; допущены один – два недочета при освещении основного содержания вопроса, исправленные после замечания экзаменатора. Оценка может быть снижена на 0,5 балла, если допущены ошибка или более двух недочетов при освещении второстепенных вопросов или в выкладках, исправленные после замечания экзаменатора.
3 балла	Неполно раскрыто содержание вопроса (содержание изложено фрагментарно, не всегда последовательно), но показано общее понимание вопроса и продемонстрированы умения, достаточные для дальнейшего обучения; имелись затруднения или допущены ошибки в определении понятий, использовании математической терминологии, чертежах, выкладках, исправленные после нескольких наводящих вопросов; абитуриент не справился с применением теории в новой ситуации при выполнении практического задания, но выполнил обязательное задание. Оценка может быть снижена на 0,5 балла, если при достаточном знании теоретического вопроса выявлена недостаточная сформированность основных

	умений и навыков.
2 балла	Не раскрыто основное содержание вопроса; обнаружено незнание или непонимание большей или наиболее важной части вопроса; допущены ошибки в определении понятия, при использовании математической терминологии, в рисунках, чертежах или графиках, в выкладках, которые не исправлены после нескольких наводящих вопросов.

II. Критерии оценивания вопроса по геометрии

5 баллов	Доказательство теоремы выполнено полностью; в логических рассуждениях и обоснованиях доказательства нет пробелов и математических ошибок. Оценка может быть снижена на 0,5 балла при одной – двух неточностях при освещении второстепенных вопросов или в выкладках, описке, которые не являются следствием незнания или непонимания вопроса, которые были исправлены после замечания экзаменатора.
4 балла	Доказательство выполнено полностью, но обоснования последовательности шагов доказательства недостаточны. Оценка может быть снижена на 0,5 балла, если допущены неточности в доказательстве или допущены одна ошибка или есть два – три недочёта в рисунках, чертежах, не даны ответы на дополнительные вопросы.
3 балла	Имелись затруднения или допущены ошибки в определении понятий, формулировке и доказательстве теорем, чертежах, выкладках, исправленные после нескольких наводящих вопросов экзаменатора; допущено более одной ошибки или более двух – трех недочетов, но абитуриент обладает обязательными умениями по проверяемой теме. Оценка может быть снижена на 0,5 балла при слабом доказательстве и не достаточном знании теоретического вопроса и не получении ответов на дополнительные вопросы.
2 балла	Допущены существенные ошибки, показавшие, что абитуриент не владеет обязательными знаниями и умениями по данному вопросу в полной мере; абитуриент не может сформулировать и не знает доказательств по теме вопроса и не отвечает на дополнительные вопросы;

III. Критерии оценивание практического задания

Задача считается решенной правильно, если правильно выбран способ решения, если выполнены все задания, указанные в условии задачи, приводится корректное, обоснованное решение, выполнены нужные вычисления и преобразования, получен правильный ответ и последовательно и аккуратно записано решение. Если задача решена правильно, то она оценивается максимальным количеством баллов.

- Участник экзамена может использовать без доказательства математические факты и формулы, содержащиеся в учебниках, входящих в Федеральный перечень учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ начального общего, основного общего, среднего общего образования.
- Если абитуриент использует в решении без доказательства формулы и факты, которые не представлены в учебниках, входящих в Федеральный перечень, то такое решение классифицируется как недостаточно обоснованное.
- Если математические преобразования, представленные в решении, не отражают основных необходимых логических шагов, то решение не может оцениваться максимальным баллом.
- Если при решении геометрической задачи использует рисунок, то ошибки в соотношении длин отрезков на рисунке, не влекут за собой снижения баллов за решение

геометрической задачи, если на рисунке верно отображена геометрическая конфигурация и верно обозначены точки, описанные в решении.

- При проверке правильности решения проверяется корректность промежуточных шагов решения, в том числе числовых выкладок (при необходимости, с помощью калькулятора). Наличие ошибок в промежуточных выкладках, даже не повлиявших на итоговый ответ, означает наличие математически некорректного перехода в решении задачи, что не позволяет оценить решение задачи максимальным баллом.
- Если участник экзамена решает задачу с другими числовыми данными, то такое решение задачи оценивается в 0 баллов, даже если он решает содержательно более сложную задачу.

При оценке практического задания ставятся следующие баллы:

5 баллов	Задача полностью решена, без ошибок, все необходимые этапы ее решения представлены, получен правильный ответ. Оценка может быть снижена на 0,5 балла, если допущены одна – две неточности при освещении второстепенных вопросов или в выкладках, которые были исправлены после замечания экзаменатора.
4 балла	Задача решена не полностью, но количество сделанных правильно шагов по ее решению составляет не менее двух третей от их общего необходимого количества, либо задача решена полностью, но с вычислительными ошибками, в результате чего ее ответ неверен. Оценка может быть снижена на 0,5 балла, если допущены 1-2 негрубые ошибки.
3 балла	Задача решена не полностью, но количество сделанных правильно шагов по ее решению составляет не менее одной трети от их общего необходимого количества. Оценка может быть снижена на 0,5 балла, если допущены 1 грубая и 3-4 негрубые ошибки.
2 балла	Задача не решалась, или было начато ее решение, но никаких полезных продвижений по ее решению сделано не было.

IV. Общая классификация ошибок

При оценке знаний, умений и навыков абитуриента учитываются все ошибки (грубые и негрубые) и недочёты.

Грубые ошибки	Незнание определения основных понятий, законов, правил, основных положений теории, незнание формул, общепринятых символов обозначений величин, единиц их измерения; незнание наименований единиц измерения; неумение выделить в ответе главное; неумение применять знания, алгоритмы для решения задач; неумение делать выводы и обобщения; неумение читать и строить графики; вычислительные ошибки, если они не являются опиской; логические ошибки; ошибки на незнание порядка выполнения арифметических действий; потеря корня или сохранение постороннего корня; отбрасывание без объяснений одного из них; равнозначные им ошибки; неправильное решение задачи (пропуск действий, неправильный выбор действий, лишнее действие); не доведение до конца решения задачи или примера; невыполненное задание.
Негрубые ошибки	Неточность формулировок, определений, понятий, теорий, вызванная неполнотой охвата основных признаков определяемого понятия или заменой одного - двух из этих признаков второстепенными; неточность графика; нерациональный метод решения задачи или недостаточно продуманный план ответа (нарушение логики, неправильная постановка вопроса к действию при доказательстве теоремы, подмена отдельных основных вопросов второстепенными); неумение решать задачи, выполнять задания в общем виде; неверно сформулированный ответ задачи; неправильное списывание данных чисел, знаков; недоведение до конца преобразований.

Недочеты	Нерациональные приемы вычислений и преобразований; небрежное выполнение записей, чертежей, схем, графиков. За грамматические ошибки оценка не снижается. За неряшливо оформленный ответ, несоблюдение правил каллиграфии оценка снижается на один балл, но не ниже «3».
----------	--

Приемная комиссия может повысить отметку за оригинальный ответ на вопрос или оригинальное решение задачи, которые свидетельствуют о высоком математическом развитии абитуриента; за решение более сложной задачи или ответ на более сложный вопрос, предложенные абитуриенту дополнительно после выполнения им каких-либо других заданий.

V. Таблица перевода технических баллов в положительные оценки

Сумма технических баллов	8	8,5	9	9,5	10	10,5	11	11,5	12	12,5	13	13,5	14	14,5	15
Оценка	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100

81-100 баллов	Абитуриент глубоко и прочно усвоил весь программный материал, исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно его излагает, не затрудняется с ответом при видоизменении задания, свободно справляется с задачами и практическими заданиями, правильно обосновывает принятые решения, умеет самостоятельно обобщать и излагать материал, не допуская ошибок.
61-80 баллов	Абитуриент твердо знает программный материал, грамотно и по существу излагает его, не допускает существенных неточностей в ответе на вопрос, может правильно применять теоретические положения и владеет необходимыми умениями и навыками при выполнении практических заданий.
39-60 баллов	Абитуриент усвоил только основной материал, но не знает отдельных деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушает последовательность в изложении программного материала и испытывает затруднения в выполнении практических заданий.
0-38 баллов	Абитуриент не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, с большими затруднениями выполняет практические задания предусмотренные программой.

Председатель предметной
комиссии по математике
к. п. н., доцент кафедры
фундаментальной информатики

М. Б. Никишин