

ЭЛЕМЕНТАРНАЯ МАТЕМАТИКА И НАЧАЛА ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

Настоящая программа состоит из трех разделов. В первом перечислены основные математические понятия, которыми должен владеть на экзамене поступающий. Во втором разделе указано, какие навыки и умения требуются от поступающего на экзамене. Третий раздел содержит критерии оценки знаний и умений абитуриента на вступительном испытании. Объем знаний и степень владения материалом, описанным в программе, соответствуют курсу математики средней школы и курсам математики уровня среднего профессионального образования. Кроме того, абитуриент должен демонстрировать начальные знания в области математики и математического моделирования.

Абитуриент может пользоваться всем арсеналом средств из этого курса, включая и начала анализа. Однако для решения экзаменационных задач достаточно уверенного владения лишь теми понятиями и их свойствами, которые перечислены в настоящей программе. Объекты и факты, не изучаемые в указанных курсах, также могут использоваться поступающим, но при условии, что он способен их пояснять и доказывать.

В связи с обилием учебников и регулярным их переизданием отдельные утверждения программы могут в некоторых учебниках трактоваться иначе, чем в программе, или формулироваться в виде задач, или совсем отсутствовать. Такие случаи не освобождают поступающего от необходимости знать эти утверждения.

1. СОДЕРЖАНИЕ

Натуральные числа (\mathbf{N}). Простые и составные числа. Делитель, кратное. Наибольший общий делитель, наименьшее общее кратное.

Признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10.

Целые числа (\mathbf{Z}). Рациональные числа (\mathbf{Q}), их сложение, вычитание, умножение и деление. Сравнение рациональных чисел. Действительные числа (\mathbf{R}), их представление в виде десятичных дробей.

Изображение чисел на прямой. Модуль действительного числа, его геометрический смысл.

Числовые выражения. Выражения с переменными. Формулы сокращенного умножения.

Степень с натуральным и рациональным показателем. Арифметический корень.

Логарифмы, их свойства.

Одночлен и многочлен.

Многочлен с одной переменной. Корень многочлена на примере квадратного трехчлена.

Понятие функции. Способы задания функции. Область определения. Множество значений функции.

График функции. Возрастание и убывание функции; периодичность, четность, нечетность.

Достаточное условие возрастания (убывания) функции на промежутке. Понятие экстремума функции. Необходимое условие экстремума функции (теорема Ферма). Достаточное условие экстремума. Наибольшее и наименьшее значение функции на промежутке.

Определение и основные свойства функций: линейной, квадратичной $y = ax^2 + bx + c$, степенной $y = ax^n$ ($n \in \mathbb{N}$), $y = k/x$, показательной $y = a^x$, ($a > 0$, $a \neq 1$) логарифмической, тригонометрических функций ($y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$), арифметического корня $y = \sqrt{x}$.

Уравнение. Корни уравнения. Понятие о равносильных уравнениях. Неравенства. Решения неравенства. Понятие о равносильных неравенствах.

Системы уравнений и неравенств. Решения систем.

Арифметическая и геометрическая прогрессия. Формула n -го члена и суммы первых n членов арифметической прогрессии. Формула n -го члена и суммы первых n членов геометрической прогрессии.

Синус и косинус суммы и разности двух аргументов (формулы).

Преобразование в произведение сумм $\sin \alpha \pm \sin \beta$; $\cos \alpha \pm \cos \beta$.

Определение производной. Ее физический и геометрический смысл.

Производные функций $y = \sin x$; $y = \cos x$; $y = \operatorname{tg} x$; $y = a^x$; $y = ax^n$ ($n \in \mathbb{N}$); $y = \ln x$.

Свойства функции $y = kx + b$ и ее график.

Свойства функции $y = k/x$ и ее график.

Свойства функции $y = ax^2 + bx + c$ и ее график.

Свойства корней квадратного трехчлена. Разложение квадратного трехчлена на линейные множители.

Свойства числовых неравенств.

Логарифм произведения, степени, частного.

Определение и свойства функций $y = \sin x$; $y = \cos x$ и их графики.

Определение и свойства функции $y = \operatorname{tg} x$ и ее график.

Определение и свойства функции $y = \operatorname{ctg} x$ и ее график.

Решение уравнений вида $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$.

Формулы приведения.

Зависимости между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента.

Тригонометрические функции двойного аргумента.

Производная суммы двух функций.

Производная произведения двух функций.

Производная частного двух функций.

Прямая, луч, отрезок, ломаная; длина отрезка. Угол, величина угла. Вертикальные и смежные углы. Окружность, круг. Параллельные прямые.

Векторы. Операции над векторами.

Многоугольник, его вершины, стороны, диагонали.

Треугольник. Его медиана, биссектриса, высота. Виды треугольников. Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника.

Четырехугольник: параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция.

Окружность и круг. Центр, хорда, диаметр, радиус, касательная к окружности. Дуга окружности. Сектор. Центральные и вписанные углы.

Формулы площади: треугольника, прямоугольника, параллелограмма, ромба, квадрата, трапеции.

Длина окружности и длина дуги окружности. Радианная мера угла. Площадь круга и площадь сектора.

Подобие. Подобные фигуры. Отношение площадей подобных фигур.

Плоскость. Параллельные и пересекающиеся плоскости.

Параллельность прямой и плоскости.

Угол прямой с плоскостью. Перпендикуляр к плоскости.

Двугранные углы. Линейный угол двугранного угла. Перпендикулярность двух плоскостей.

Многогранники. Их вершины, грани, диагонали. Прямая и наклонная призмы; пирамиды. Правильная призма и правильная пирамида. Параллелепипеды, их виды.

Фигуры вращения: цилиндр, конус, сфера, шар. Центр, диаметр, радиус сферы и шара. Плоскость, касательная к сфере.

Формула площади поверхности и объема призмы.

Формула объема пирамиды.

Формула площади поверхности и объема цилиндра.

Формула площади поверхности и объема конуса.

Формула объема шара.

Свойства равнобедренного треугольника. Свойства точек, равноудаленных от конца отрезка. Признаки параллельности прямых.

Сумма углов треугольника. Сумма внешних углов выпуклого многоугольника.

Признаки параллелограмма, его свойства.

Окружность, описанная около треугольника.

Окружность, вписанная в треугольник.

Касательная к окружности и ее свойства.

Величина угла, вписанного в окружность.

Признаки подобия треугольника.

Теорема Пифагора.

Формулы площадей параллелограмма, треугольника, трапеции.

Формула расстояния между двумя точками плоскости. Уравнение окружности.

Признак параллельности прямой и плоскости.

Признак параллельности плоскостей.

Признак перпендикулярности прямой и плоскости.

Перпендикулярность двух плоскостей.

Теорема о трех перпендикулярах.

Понятие комплексного числа. Операции над комплексными числами.

Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов.

Основы комбинаторики. Перестановки. Размещения. Сочетания.

Понятие вероятности и её свойства.

Формула полной вероятности. Формулы Байеса.

2. ОСНОВНЫЕ УМЕНИЯ И НАВЫКИ

Экзаменуемый должен уметь:

- производить арифметические действия над числами, заданными в виде обыкновенных и десятичных дробей; с требуемой точностью округлять данные числа и результаты вычислений; пользоваться калькуляторами или таблицами для вычислений;
- проводить тождественные преобразования многочленов, дробей, содержащих переменные, выражений, содержащих степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции;
- строить графики линейной, квадратичной, степенной, показательной, логарифмической и тригонометрической функций;
- решать уравнения и неравенства первой и второй степени, уравнения и неравенства, приводящие к ним; решать системы уравнений и неравенств первой и второй степени и приводящиеся к ним. Сюда, в частности, относятся простейшие уравнения и неравенства, содержащие степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции;
- решать задачи на составление уравнений и систем уравнений;
- изображать геометрические фигуры на чертеже и производить простейшие построения на плоскости;
- использовать геометрические представления при решении алгебраических задач, а методы алгебры и тригонометрии - при решении геометрических задач;
- проводить на плоскости операции над векторами (сложение и вычитание векторов, умножение вектора на число) и пользоваться свойствами этих операций;
- пользоваться понятием производной при исследовании функций на возрастание (убывание), на экстремумы и при построении графиков функций.
- вычислять скалярное, векторное и смешанное произведение векторов;
- выполнять простейшие операции над комплексными числами (сложение и вычитание векторов, умножение на действительное число, умножение и деление);
- применять формулы комбинаторики для вычисления числа соединений без повторений;
- вычислять вероятность случайного события используя классическое определение вероятности;
- вычислять условную вероятность случайного события используя формулы Байеса и полной вероятности.

3. КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ ЗНАНИЙ И УМЕНИЙ

Экзаменационный билет содержит два теоретических вопроса и одно практическое задание.

Для более точной и объективной оценки знаний абитуриентам могут задаваться дополнительные вопросы по всем разделам программы.

Итоговая экзаменационная оценка определяется по 100 бальной шкале как сумма баллов, набранных за ответы на все вопросы билета.

Максимальное количество баллов, которое может получить абитуриент, сдающий вступительное испытание, составляет 100 баллов.

Для успешного прохождения экзамена необходимо набрать 44 балла.

Теоретический вопрос

Ответ на теоретический вопрос считается безупречным, если по своему содержанию полностью соответствует вопросу, содержит все необходимые теоретические факты и обоснованные выводы, а его изложение и письменная запись математически и логически грамотны и отличаются последовательностью и аккуратностью.

Критерии оценивания

5 баллов	<ul style="list-style-type: none">- полностью раскрыто содержание вопроса в объеме, предусмотренном программой;- материал изложен грамотным языком, точно используя терминологию и символику, в четкой логической последовательности;- логически правильно выполнены схемы, составлены алгоритмы, сопутствующие ответу;- показано умение иллюстрировать теоретические положения конкретными примерами, применять их в новой ситуации при выполнении практического задания;- продемонстрировано усвоение сопутствующих вопросов, сформированность и устойчивость используемых при ответе умений и навыков;- ответ самостоятельный, без наводящих вопросов экзаменатора. <p>Оценка может быть снижена на 0,5 балла при одном – двух недочетах при освещении второстепенных вопросов или в выкладках, которые абитуриент исправил после замечания экзаменатора.</p>
4 балла	<p>ответ в основном удовлетворяет требованиям на оценку «5», но имеет один из недостатков:</p> <ul style="list-style-type: none">- в изложении допущены небольшие пробелы, не искажившие логического и информационного содержания ответа;- допущены один – два недочета при освещении основного содержания вопроса, исправленные после замечания

	<p>экзаменатора;</p> <ul style="list-style-type: none"> - нет определенной логической последовательности, неточно используется математическая и специализированная терминология и символика; - допущены ошибка или более двух недочетов при освещении второстепенных вопросов или в выкладках, легко исправленные по замечанию экзаменатора. <p>Оценка может быть снижена на 0,5 балла, если допущены ошибка или более двух недочетов при освещении второстепенных вопросов или в выкладках, исправленные после замечания экзаменатора.</p>
3 балла	<ul style="list-style-type: none"> - неполно раскрыто содержание вопроса (содержание изложено фрагментарно, не всегда последовательно), но показано общее понимание вопроса и продемонстрированы умения, достаточные для дальнейшего обучения; - имелись затруднения или допущены ошибки в определении понятий, использовании терминологии, составлении схем, алгоритмов, исправленные после нескольких наводящих вопросов; - абитуриент не справился с применением теории в новой ситуации при выполнении практического задания, но выполнил обязательное задание; - при достаточном знании теоретического вопроса выявлена недостаточная сформированность основных умений и навыков. <p>Оценка может быть снижена на 0,5 балла, если допущены более одной ошибки или более четырех недочетов при освещении второстепенных вопросов или в выкладках, исправленные после замечания экзаменатора.</p>
2 балла	<ul style="list-style-type: none"> - не раскрыто основное содержание вопроса; - обнаружено незнание или непонимание большей или наиболее важной части вопроса; - допущены ошибки в определении понятий, при использовании терминологии, в схемах, алгоритмах, в выкладках, которые не исправлены после нескольких наводящих вопросов.

Практическое задание

Практическое задание считается выполненным безупречно, если выполнены все задания, указанные в условии задачи, правильно выбран метод решения, приводится корректное, обоснованное решение, верно выполнены необходимые вычисления и преобразования на каждом шаге решения, последовательно и аккуратно записано решение, получен правильный ответ или иное требуемое представление задания.

Критерии оценивания

5 баллов	Задание выполнено полностью, без ошибок, все необходимые этапы представлены, получен правильный ответ или иное требуемое представление задания. Оценка может быть снижена на 0,5 балла, если допущены один – два недочета при освещении второстепенных вопросов или в выкладках, которые были исправлены после замечания экзаменатора.
4 балла	Задание выполнено не полностью, но количество сделанных правильно шагов по его выполнению составляет не менее двух третей от их общего необходимого количества, либо задание выполнено полностью, но с вычислительными или синтаксическими ошибками, в результате чего ее ответ или иное требуемое представление задания неверны. Оценка может быть снижена на 0,5 балла, если допущена одна ошибка или
3 балла	Задание выполнено не полностью, но количество сделанных правильно шагов по его выполнению составляет не менее одной трети от их общего необходимого количества. Оценка может быть снижена на 0,5 балла, если допущены более одной ошибки или более четырех недочетов при освещении второстепенных вопросов или в выкладках, исправленные после замечания экзаменатора.
2 балла	Задание не выполнялось, или было начато выполнение, но никаких полезных продвижений сделано не было, или при выполнении допущены существенные ошибки, показавшие, что учащийся не владеет обязательными знаниями по данной теме в полной мере.

При оценке знаний, умений и навыков абитуриента учитываются все ошибки и недочёты.

Ошибкой считается погрешность, свидетельствующая о том, что абитуриент не овладел основными знаниями и (или) умениями, указанными в программе.

Недочетами считаются погрешности, свидетельствующие о недостаточно полном или недостаточно прочном усвоении основных знаний и умений или об отсутствии знаний, не считающихся в соответствии с программой основными. К недочетам относятся погрешности, объясняющиеся рассеянностью или недосмотром, но которые не привели к искажению смысла полученного абитуриентом задания или способа его выполнения.

Приемная комиссия может повысить отметку за оригинальный ответ на вопрос или оригинальное решение задачи, которые свидетельствуют о высоком уровне владения предметом абитуриента, за решение более сложной за-

дачи или ответ на более сложный вопрос, предложенные абитуриенту дополнительно после выполнения им основных заданий.

Таблица перевода технических баллов в оценку

Сумма технических баллов	8	8,5	9	9,5	10	10,5	11	11,5	12	12,5	13	13,5	14	14,5	15
Оценка	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100

86-100 баллов	Абитуриент глубоко и прочно усвоил весь программный материал, исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно его излагает, не затрудняется с ответом при видоизменении задания, свободно справляется с задачами и практическими заданиями, правильно обосновывает принятые решения, умеет самостоятельно обобщать и излагать материал, не допуская ошибок.
66-85 баллов	Абитуриент твердо знает программный материал, грамотно и по существу излагает его, не допускает существенных неточностей в ответе на вопрос, может правильно применять теоретические положения и владеет необходимыми умениями и навыками при выполнении практических заданий.
44-65 баллов	Абитуриент усвоил только основной материал, но не знает отдельных деталей, допускает неточности, недостаточно правильны формулировки, нарушает последовательность в изложении программного материала и испытывает затруднения в выполнении практических заданий.
0-43 баллов	Абитуриент не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, с большими затруднениями выполняет практические задания, предусмотренные программой.